Ecole Saint Gabriel | Algébre | 2 ème préparatoire

Leçon 1:
Racine cubique d'un nombre rationnel

Définition :
Un nombre élevé au cube peut s'écrire comme suit : $5^3 = 5 \times 5 \times 5$

Racine cubique : chercher un nombre qui, élevé au cube, donne le nombre sous le radical.

Ex :
1) $\sqrt[3]{8} = 2$ (Le nombre 2 élevé au cube donne 8, car 2 x 2 x 2 = 8)

Trouvons $\sqrt[3]{343}$ (un nombre élevé au cube donne 343)

x	X^3
0	0
1	1
2	8
3	27
4	64
5	125
6	216
7	343

Donc la racine cubique de 343 est 7, car 7 x 7 x 7 = 343.

2) Résoudre dans Q :

$(x - 2)^3 = 125$

$x - 2 = \sqrt[3]{125}$

$x - 2 = 5$

$x = 7$ E.S. = { 7 }

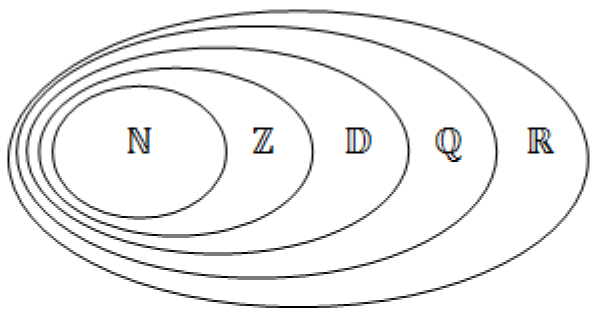
3) Résoudre dans Q :

1) $x^3 + 16 = \frac{3}{8}$ 2) $2x^3 - 5 = x^3 + 3$

3) $(x - 2)^3 = -125$ 4) $(2x + 1)^3 - 7 = 20$

Leçon 2:
L'ensemble des nombres irrationnels Q'

Attention : $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$; $\pi \notin \mathbb{Q}$. Ils sont irrationnels.
L'ensemble des nombres rationnels et irrationnels forment l'ensemble des **nombres réels** $\mathbb{R}$.
On a : $\boxed{\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}}$



- $\mathbb{N}$, ensemble des entiers naturels.
- $\mathbb{Z}$, ensemble des entiers relatifs.
- $\mathbb{D}$, ensemble des nombres décimaux.
- $\mathbb{Q}$, ensemble des rationnels.
- $\mathbb{R}$, ensemble des nombres réels.
- $\mathbb{R}_+$, ensemble des nombres réels positifs ou nuls.
- $\mathbb{R}_-$, ensemble des nombres réels négatifs ou nuls.
- $\mathbb{R}^*$ est l'ensemble des nombres moins le zéro.

Exercices :

1) Complète avec Q ou Q' :

1) $3 \in$ ……… 2) $\sqrt{3} \in$ ……… 3) $\sqrt{\frac{9}{2}} \in$ ………

4) $\sqrt[3]{5} \in$ ………. 5) $\sqrt[3]{-0{,}064} \in$……… 6) $\sqrt[3]{-8} \in$ ………

7) $\sqrt{\frac{25}{9}} \in$ ………. 8) $\sqrt[3]{\frac{25}{9}} \in$ ……. 9) $\sqrt{25}+\sqrt[3]{16} \in$………

2) Résoudre dans Q' :

1) $x^2 = 25$ 2) $x^3 = 7$ 3) $\frac{2}{5}x^2 = \frac{4}{25}$

4) $\frac{1}{2}x^2 - 5 = 3$ 5) $2x^3 - 5 = 3$

Leçon 3 :
Calcul d'une valeur approchée d'un nombre irrationnel

N.B. Chaque nombre irrationnel est compris entre 2 nombres rationnels .

Exemples: 1)

$1 < \sqrt{2} < 2$

$1^2 < (\sqrt{2})^2 < 2^2$

$1 < 2 < 4$

$\sqrt{1} < \sqrt{2} < \sqrt{4}$

$1 < \sqrt{2} < 2$

2) $1 < \sqrt[3]{10} < 3$

$1^3 < (\sqrt[3]{10})^3 < 3^3$

$1 < 10 < 27$

$1 < \sqrt[3]{10} < 3$

Exercices :

1) Trouve la valeur de x tel que x est un nombre entier .

a) $x < \sqrt{2} < x + 1$

b) $x < \sqrt[3]{-100} < x + 1$

c) $x < \sqrt[3]{50} < x + 1$

d) $x < \left|-\sqrt{35}\right| < x + 1$

2) Trouve la valeur de x , si x $\in$ Q ou $\in$ Q' .

a) $0,1\, x^2 = 10$ e) $3\, x^3 = 27$

b) $125\, x^3 - 7 = 20$ f) $(x - 1)^2 = 9$

c) $\frac{2}{5}\, x^2 = \frac{25}{2}$ g) $0,001\, x^3 - 2 = -8$

d) $(x - 5)^3 = 1$ h) $0,25\, x^2 + 2 = 66$

3) Démontre que :

a) $\sqrt{11}$ est compris entre 1,4 et 1,5

b) $\sqrt[3]{-17}$ est compris entre – 2,6 et – 2,5

c) $\sqrt{3} + 1$ est compris entre 2,7 et 2,8

Leçon 4 et 5 :

Ensembles des nombres réels

Relation d'ordre dans R

On appelle N , l'ensemble des entiers naturels.

{ 0,1,2,3,4,5...... }

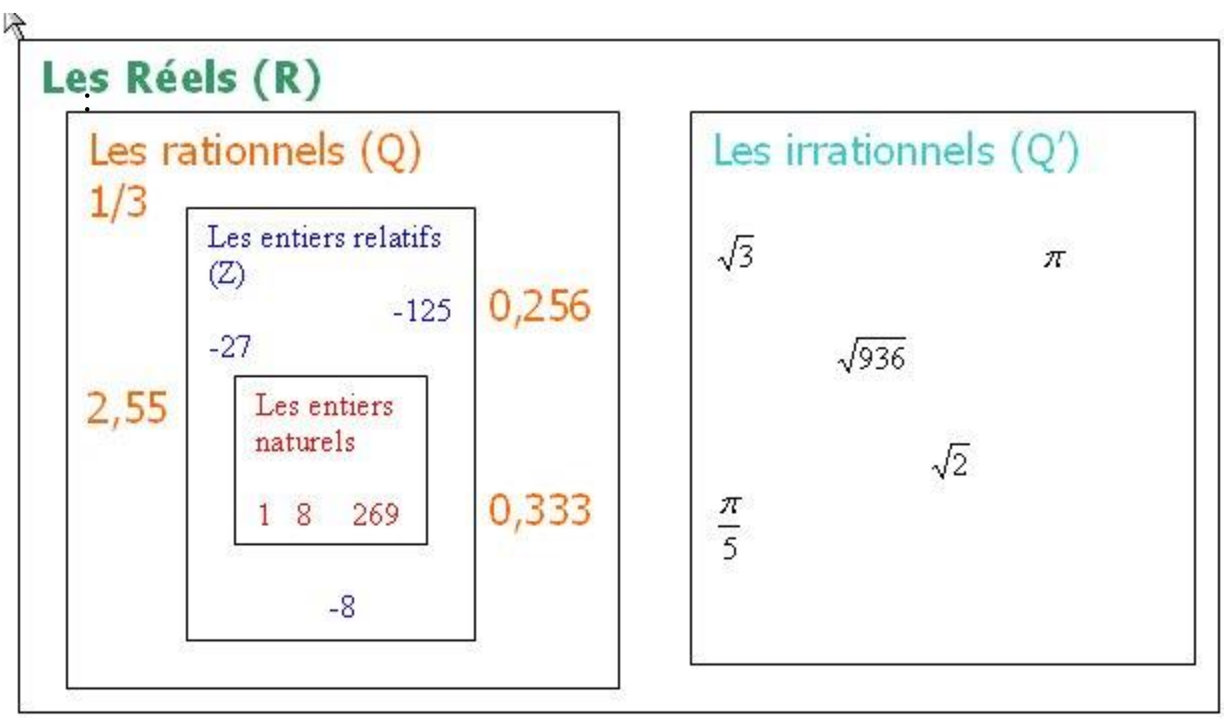
On appelle Z , l'ensemble des entiers relatifs.

{………, -2,-1,0,1,2 , ……….}

On appelle Q l'ensemble des rationnels, c'est à dire l'ensemble des nombres qui peuvent s'écrire sous la forme a/b, où a et b sont des entiers. b ne peut pas être nul.

Exemple: -13/4

On appelle R, l'ensemble des réels c'est à dire tous les nombres rationnels et tous les nombres irrationnels (√2, ∏, ...)



Exercices :

1) Coche la bonne réponse :

Nombre	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	décimal	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$	Nombre	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	décimal	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$
$\sqrt[3]{25}$						$\frac{7}{3}-\frac{1}{3}$					
-3						2π					
$\|-4\|$ - (-5)						$\sqrt{625}$					
$\frac{2}{5}$						10^{-2}					
$-\sqrt{19}$						$1{,}5 \times 10^{-2}$					
$-\frac{16}{17}$						$\sqrt{-9}$					

2) Complète par un ensemble convenable :

a) $Q \cap Q'$ = ……………….. b) $Q \cup Q'$ = ……………..

c) $R_+ \cup R_-$ = ………………. d) $R_+ \cap R_-$ = ……………..

e) L' E.S. de $x^2 + 9 = 0$ dans R est ……………….

f) L'ensemble des R non positifs = ………… $\cup$ …………

g) L'ensemble des R non négatifs = ………… $\cup$ …………

h) R = ………… $\cup$ ………..$\cup$ ………..

3) Indiquer parmi les ensembles $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ ou $\mathbb{R}$ le plus petit contenant le nombre proposé et le plus grand ne le contenant pas.

1. $\frac{6}{11} \in$ ... mais $\frac{6}{11} \notin$ ...

2. $\sqrt{2} \in$ ... mais $\sqrt{2} \notin$ ...

3. $-\frac{135}{256} \in$ ... mais $-\frac{135}{256} \notin$ ...

4. $-7 \in$ ... mais $-7 \notin$ ...

5. $3,1415 \in$ ... mais $3,1415 \notin$ ...