# Opérations sur les nombres réels (1)

## Multiplication:

$2 \times 3 = 6$

$\sqrt{2} \times 3 = 3 \times \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$ | $x \times 3 = 3 \cancel{\times} x = 3x$

$5 \times \sqrt{2} \times 7 = 35\sqrt{2}$ | $6x \times (-2) = -12x$

$6\sqrt{3} \times (-2) = -12\sqrt{3}$

$\sqrt{5} \times \sqrt{5} = (\sqrt{5})^2 = 5$

$(3\sqrt{7})^2 = 3^2 \times (\sqrt{7})^2 = 9 \times 7 = 63$

$3 \cancel{\times} \sqrt[3]{7} = 3\sqrt[3]{7}$ $\qquad \sqrt[3]{4} \times 3 = 3\sqrt[3]{4}$

## Addition et sonstraction:

$4 + 7 = 11$

$4 + \sqrt{7} = \sqrt{7} + 4$ $\qquad 5 - \sqrt{2} = 5 - \sqrt{2}$ | $4 + x$

$6 + 3\sqrt{2} = 3\sqrt{2} + 6$ | $6 + 3x$

$\sqrt{7} + \sqrt{5}$

$3 - \sqrt{7} + 5 + \sqrt{7} = 3 + 5 - \sqrt{7} + \sqrt{7} = 8 + 0 = 8$

L'opposé de $(\sqrt{7} - 5)$ est $\longrightarrow (5 - \sqrt{7})$

$5\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$ // $7\sqrt{5} - \sqrt{5} = 6\sqrt{5}$

---

$\frac{2}{\sqrt{3}}$ $\qquad$ عايز أتخلص من ال √ اللي في ال dén.

أعمل ايه؟

$\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ $\qquad$ on multiplie le num. et le dén. par le dén.

$\frac{9}{4\sqrt{3}} = \frac{9}{4\sqrt{3}} \times \frac{4\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} = \frac{36\sqrt{3}}{4 \times (\sqrt{3})^2} = \frac{36\sqrt{3}}{12} = 3\sqrt{3}$

* L'inverse de $\sqrt{5}$ est --- $\frac{1}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$

---

mets sous la forme la plus simple : ②

$3\sqrt{2}\,(4\sqrt{2}+8) = 3\sqrt{2}\times 4\sqrt{2} + 3\sqrt{2}\times 8$

$= 12(\sqrt{2})^2 + 24\sqrt{2} = 12\times 2 + 24\sqrt{2} = 24 + 24\sqrt{2}$

$(\sqrt{3}+2)(2\sqrt{3}-5) = \sqrt{3}\times 2\sqrt{3} + \sqrt{3}\times(-5) + 2\times 2\sqrt{3} + 2\times(-5)$

$= 6 - 5\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 10$

$= 6 - 10 - 5\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = -4 - \sqrt{3}$

$(5\sqrt{3}-2)^2 = (5\sqrt{3}-2)(5\sqrt{3}-2) = 5\sqrt{3}\times 5\sqrt{3} + 5\sqrt{3}\times(-2) - 2\times 5\sqrt{3} - 2\times(-2)$

$= 25(\sqrt{3})^2 - 10\sqrt{3} - 10\sqrt{3} + 4$

$= 75 + 4 - 10\sqrt{3} - 10\sqrt{3} = 79 - 20\sqrt{3}$

---

Si $a = \sqrt{3}+2$ et $b = \sqrt{3}-2$, trouve :

① $a+b = \sqrt{3}+2+\sqrt{3}-2 = 2\sqrt{3}$

② $a-b = \sqrt{3}+2-(\sqrt{3}-2) = \sqrt{3}+2-\sqrt{3}+2 = 4$

---

# Opérations sur les racines carrées (3)

$\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

$$\begin{array}{r|l} 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad \left.\begin{matrix}5\\5\end{matrix}\right\} \rightarrow 5$$

$\sqrt{128} = 8\sqrt{2}$

$$\begin{array}{r|l} 128 & 2 \\ 64 & 2 \\ 32 & 2 \\ 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{matrix}\rightarrow 2 \\ \rightarrow 2 \\ \rightarrow 2\end{matrix}$$

$\sqrt{250} = 5\sqrt{10}$

$$\begin{array}{r|l} 250 & 2 \\ 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad \left.\begin{matrix}5\\5\end{matrix}\right\} \rightarrow 5$$

$\sqrt{\dfrac{25}{9}} = \dfrac{5}{3}$

$\sqrt{\dfrac{7}{25}} = \dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{25}} = \dfrac{\sqrt{7}}{5}$

$\sqrt{\dfrac{25}{7}} = \dfrac{\sqrt{25}}{\sqrt{7}} = \dfrac{5}{\sqrt{7}} \times \dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \dfrac{5\sqrt{7}}{7}$

---

## 2 nombres conjugués

| | Conjugué |
|---|---|
| $\sqrt{7} + \sqrt{5}$ | $\sqrt{7} - \sqrt{5}$ |
| $5 - \sqrt{2}$ | $5 + \sqrt{2}$ |
| $3 + \sqrt{6}$ | $3 - \sqrt{6}$ |

où $(2+\sqrt{3})$ a pour conjugué $(2-\sqrt{3})$

et $(2+\sqrt{3})$ et $(2-\sqrt{3})$ sont 2 nombres conjugués

$(5+\sqrt{3}) \times (5-\sqrt{3})$ est le produit de 2 nombres conjugués

$= 5\times5 + 5\times(-\sqrt{3}) + \sqrt{3}\times5 + \sqrt{3}\times(-\sqrt{3})$

$= 25 - 5\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 3 = 22$

Le produit de 2 nombres conjugués = le carré du 1^er^ terme − le carré du 2^e^ terme

ex. ① $(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3}) = (2)^2 - (\sqrt{3})^2 = 4 - 3 = 1$

② $(4-\sqrt{5})(4+\sqrt{5}) = (4)^2 - (-\sqrt{5})^2 = 16 - 5 = 11$

Mets sous la forme la plus simple : (4)

* $\sqrt{50}+\sqrt{8}-\sqrt{32}$

$= 5\sqrt{2}+2\sqrt{2}-4\sqrt{2}$

$= 3\sqrt{2}$

$\begin{array}{r|l} 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad \} \to 5$

$\begin{array}{r|l} 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \quad \} \to 2$

$\begin{array}{r|l} 32 & 2 \\ 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \quad \} \to 2, \ \} \to 2$

* $3\sqrt{20}+2\sqrt{80}-4\sqrt{45}$

$= 3\times 2\sqrt{5}+2\times 4\sqrt{5}-4\times 3\sqrt{5}$

$= 6\sqrt{5}+8\sqrt{5}-12\sqrt{5}$

$= 2\sqrt{5}$

$\begin{array}{r|l} 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad \} \to 2$

$\begin{array}{r|l} 80 & 2 \\ 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad \} \to 2, \ \} \to 2$

$\begin{array}{r|l} 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad \} \to 3$

Mets sous la forme la plus simple :

$$\frac{4}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$$

$$= \frac{4(\sqrt{7}+\sqrt{5})}{(\sqrt{7})^2-(\sqrt{5})^2} = \frac{4(\sqrt{7}+\sqrt{5})}{7-5}$$

$$= \frac{4(\sqrt{7}+\sqrt{5})}{2} = 2(\sqrt{7}+\sqrt{5})$$

عند التخلص من ال √ في ال dén.

on multiplie le num. et le dén. par le conjugué du dén.

L'inverse de $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ sous la forme la plus simple est

$$\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-2} = \sqrt{3}-\sqrt{2}$$

Complète : (en suivant la même règle).

$\sqrt{5}, \sqrt{20}, \sqrt{45}, \sqrt{80}, \ldots$

$\sqrt{5}, 2\sqrt{5}, 3\sqrt{5}, 4\sqrt{5}, 5\sqrt{5} \longrightarrow \sqrt{25}\times\sqrt{5} = \sqrt{25\times 5} = \sqrt{125}$

# Résolution d'équation du $1^{er}$ degré

Résons, dans R, l'équation : (Trouve l'ensemble solution de l'équation)

$\sqrt{3}\, x + 2 = 5$

$\sqrt{3}\, x = 5 - 2$

$\sqrt{3}\, x = 3$

$x = \frac{3}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3} \in \mathbb{R}$

$E.S. = \{\sqrt{3}\}$

---

Complète : L'ensemble solution de l'équation $2x = 3$ dans $\mathbb{Z}$ est ... et dans $\mathbb{R}$ est ...

---

$2x = 3$

$x = \frac{3}{2} \notin \mathbb{Z} \quad \therefore E.S = \Phi$ dans $\mathbb{Z}$

$\quad \in \mathbb{R} \quad \therefore E.S. = \{\frac{3}{2}\}$ dans $\mathbb{R}$

---

# opérations sur les racines cubiques

$\sqrt[3]{54} = 3\sqrt[3]{2}$

$\sqrt[3]{432} = 6\sqrt[3]{2}$

$$\begin{array}{r|l} 432 & 2 \\ 216 & 2 \\ 108 & 2 \\ 54 & 2 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{l} \left.\begin{array}{l}2\\2\\2\end{array}\right\} \to 2 \\ \\ \left.\begin{array}{l}3\\3\\3\end{array}\right\} \to 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 54 & 2 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \left.\begin{array}{l}3\\3\\3\end{array}\right\} \to 3$$

mets sous la forme la plus simple:

$5\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{-54}$

$= 5\sqrt[3]{2} - 2\sqrt[3]{2} - 3\sqrt[3]{2}$

$= 0$

$$\begin{array}{r|l} 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \quad \left.\begin{array}{l}2\\2\\2\end{array}\right\} \to 2$$

$$\begin{array}{r|l} 54 & 2 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \left.\begin{array}{l}3\\3\\3\end{array}\right\} \to 3$$

---

ex Si $a = \sqrt[3]{5} + 1$ et $b = \sqrt[3]{5} - 1$, trouve la valeur de: $(a+b)^3$

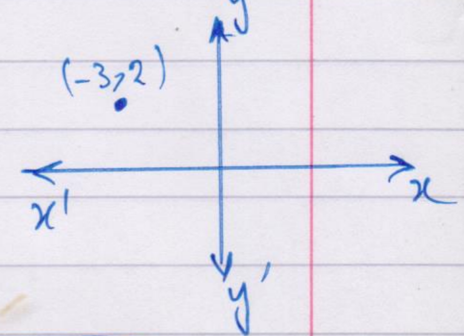
$(a+b)^3 = (\sqrt[3]{5} + 1 + \sqrt[3]{5} - 1)^3 = (2\sqrt[3]{5})^3 = 2^3 \times (\sqrt[3]{5})^3 = 8 \times 5 = 40$

# Relation entre 2 variables

$(-3, 2)$ est appelé couple
les nombres dans ce couple sont les coordonnées d'un point dans le repère cartésien.

$-3 \longrightarrow x$

$2 \longrightarrow y$




$x + y = 3$ $\qquad$ $x - 2y = 5$

sont des relations entre $x$ et $y$. (2 variables)

Le couple $(2, -5)$ VERIFIE la relation $x - 2y = 12$ veut dire :
Si on remplace $x$ par 2
et on remplace $y$ par $-5$
La relation est vraie.

$x - 2y = 12$

$2 - 2 \times (-5) = 12$

$2 + 10 = 12$ ✓

ex. Si $(-3,2)$ vérifie la relation $3x+by=1$, trouve $b$.

$3\times(-3)+b\times 2=1$

$-9+2b=1$

$2b=1+9$

$2b=10$

$b=\frac{10}{2}=5$

$(-3,\ 2)$ — $x$, $y$

ex. Si $(K,2K)$ vérifie la relation $x+y=15$, trouve la valeur de $K$

$x+y=15$

$K+2K=15$

$3K=15$

$K=\frac{15}{3}=5$

$(K,\ 2K)$ — $x$, $y$

Choisis la bonne réponse:

① Lesquels des couples suivants vérifient la relation $2x+y=5$ ?
$(-1,3)$ ou $(1,3)$ ou $(3,1)$ ou $(2,2)$

② Si $(2,-5)$ vérifie la relation $3x-y+c=0$, alors $c=$ ___
$1$ ou $-1$ ou $11$ ou $-11$

③ $(3,2)$ ne vérifie pas la relation
$y-x=1$ ou $y+x=5$ ou $3y-x=3$ ou $y+x=7$

# Pente d'une droite

Toute droite dans le repère cartésien a une pente pour calculer cette pente on doit avoir les coordonnées de 2 points situés sur cette droite.

ex. Si $A(0,2)$ ; $B(2,1)$, Trouve la pente de la droite $\overleftrightarrow{AB}$.

$$\boxed{P = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}$$

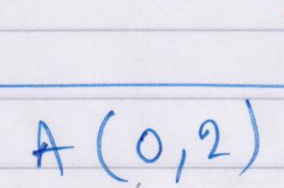
$A(0,2)$ $B(2,1)$

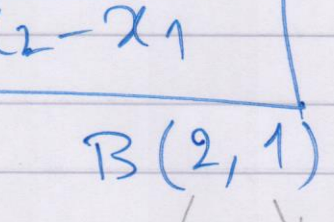
$x_1$ $y_1$ $x_2$ $y_2$

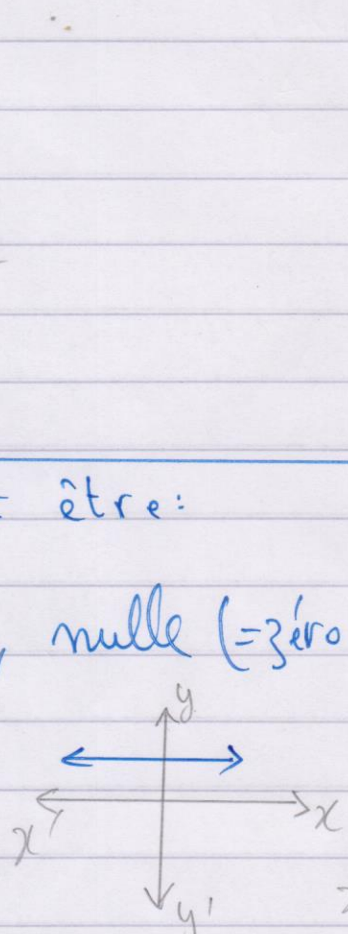
$$P = \frac{1-2}{2-0} = -\frac{1}{2}$$

La pente ~~de~~ la droite peut être :

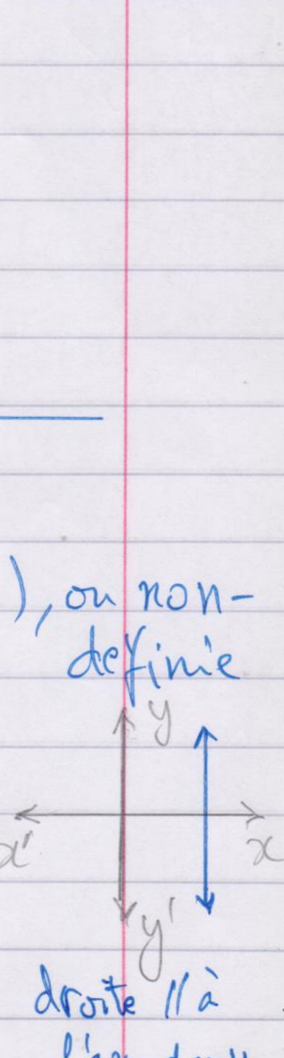
positive , négative , nulle (= zéro), ou non-définie




droite // à l'axe des x




droite // à l'axe des y

# Pente de la droite (suite)

Si la droite est // à l'axe des $x$ $\Longrightarrow$ pente = 0
Si la droite est // à l'axe des $y$ $\longrightarrow$ pente non-définie

ex. Si A, B, C sont 3 points alignés, alors ~~la~~ la pente de $\overleftrightarrow{AB}$ = la pente de $\overleftrightarrow{BC}$ ou $\overleftrightarrow{AC}$

ex. Trouve la pente de la droite qui passe par le point d'origine et par le point (3,5).

point d'origine $(0, 0)$ $\qquad$ $(3, 5)$

$x_1$, $y_1$ $\qquad$ $x_2$, $y_2$

$$P = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5-0}{3-0} = \frac{5}{3}$$

ex. Si la pente de la droite qui passe par les points (1, 2), (3, K) est égale à 3. Trouve la valeur de K.

$$P = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$(1, 2)$ $\qquad$ $(3, K)$

$x_1$, $y_1$ $\qquad$ $x_2$, $y_2$

$$3 = \frac{K-2}{3-1}$$

$$3 = \frac{K-2}{2}$$

$K - 2 = 3 \times 2$ $\qquad$ $K - 2 = 6$

$K = 8$